



PROBLEMA 1.

1. Resuelva la siguiente ecuación vectorial: $\vec{x} \wedge (2,1,-1) = (1,3,5)$ sabiendo que $|\vec{x}| = \sqrt{6}$ donde el símbolo \wedge significa “producto vectorial”.

Si $\vec{x} = (a, b, c)$, entonces $(a, b, c) \times (2, 1, -1) = (1, 3, 5)$.

Calculamos el primer miembro:

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a & b & c \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -(b+c)\vec{i} + (a+2c)\vec{j} + (a-2b)\vec{k}$$

Igualando los dos resultados:

$$\left. \begin{array}{l} -b - c = 1 \\ a + ac = 3 \\ a - 2b = 5 \end{array} \right\}$$

Restando a la 3ª la 2ª ecuación, obtenemos $-b - c = 1$, lo que significa que solo hay dos ecuaciones linealmente independientes y que el sistema tiene infinita soluciones. De las infinitas soluciones hemos de buscar la que cumpla que $|\vec{x}| = \sqrt{6}$.

$$(1) \begin{cases} a + 2c = 3 \rightarrow c = \frac{3-a}{2} \\ a - 2b = 5 \rightarrow b = \frac{a-5}{2} \\ a^2 + b^2 + c^2 = 6 \end{cases}$$

