CENTRO DE ESTUDIOS MIRASIERRA www.selectividad.net/cem

C/ Moralzarzal 15-A
28034 Madrid
cem@selectividad.net

91 740 56 55
91 738 06 55

PROBLEMA 1.

1. Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ **y** $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \lambda & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ **donde** λ **es cualquier número real.**

a) Encontrar los valores de λ **para los que AB es invertible.**

b) Determina los valores de λ **para los que BA es invertible.**

c) Dados a y b, números reales cualesquiera, ¿puede ser el sistema $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ **compatible determinado?**

a) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \lambda & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2\lambda & 3+2\lambda \\ 1-\lambda & 1 \end{pmatrix}$

Para que sea invertible ha de ser $AB \neq 0$;

$$\begin{vmatrix} 1+2\lambda & 3+2\lambda \\ 1-\lambda & 1 \end{vmatrix} = 2\lambda^2 + 3\lambda - 2 = 0 \begin{matrix} \lambda = 1/2 \\ \lambda = -2 \end{matrix}$$

Luego, la matriz AB es invertible si $\lambda \neq \dfrac{1}{2}$ y $\lambda \neq -2$

b) $B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \lambda & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & \lambda-3 \\ \lambda & 2\lambda & \lambda^2 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$

$|BA| = 9, \forall \lambda \in R$

BA nunca es invertible.

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + \lambda z = a \\ x - y - z = b \end{cases}$

No puede ser este sistema compatible determinado ya que: rango A = rango A* = 2 < número de incógnitas.