CENTRO DE ESTUDIOS MIRASIERRA www.selectividad.net/cem

C/ Moralzarzal 15-A 91 740 56 55
28034 Madrid 91 738 06 55
cem@selectividad.net

PROBLEMA 1. Campo gravitatorio

1. Se coloca un satélite meteorológico de 1000 kg en órbita circular a 300 km sobre ka superficie terrestre.
Determina:
a) La velocidad lineal, la aceleración radial y el período del satélite en órbita.
b) El trabajo que se requiere para poner en órbita el satélite.
Datos: Gravedad en la superficie terrestre g = 9.8 m · s^{-2}.
Radio medio terrestre: R = 6.370 km.

a) Para calcular la velocidad lineal, la aceleración radial y el período del satélite en su órbita circular, hemos de tener en cuenta que la fuerza que ejerce la Tierra sobre él es, precisamente, la fuerza centrípeta que hace posible dicho movimiento.

$F_E = F_c$

Obtenemos la expresión de la velocidad:

$$G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R^2} = \frac{m\cdot v^2}{R} \rightarrow v^2 = \frac{G\cdot M_T}{R} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G\cdot M_T}{R}}$$

Tenemos en cuenta que:

$$g_0 = \frac{G\cdot M_T}{R_T^2} \text{ Deducimos: } \qquad G\cdot M_T = g_0\cdot R_t^2$$

La velocidad lineal será:

$$v = \sqrt{\frac{G\cdot M_T}{R}\sqrt{\frac{g_0\cdot R_t^2}{R}} = \sqrt{\frac{g_0\cdot R_T^2}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{9.8\cdot(6370\cdot 10^3)^2}{6670\cdot 10^3}}} \rightarrow 7721.28 m/s$$

* La aceleración radial que posee es la aceleración normal o centrípeta debido al movimiento circular que describe el satélite, y su expresión e:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{R_T + h} \qquad \text{Sustituyendo: } a_n = \frac{7721.28^2}{6670\cdot 10^3} = 8.94 m\cdot s^{-2}$$

* El periodo o tiempo que tarda el satélite en dar una vuelta completa viene dado por la fórmula:

$$T = \frac{2\cdot\pi}{\varpi} = \frac{2\cdot\pi}{v/R} = \frac{2\cdot\pi\cdot R}{v}$$

Sustituyendo valores:

$$T = \frac{2\cdot\pi\cdot 6670\cdot 10^3}{7721.28} = 5427.7 s$$

b) El satélite, en la superficie terrestre, tiene una energía potencial:

$$E_{pt} = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T}$$

C/ Moralzarzal 15-A
28034 Madrid
cem@selectividad.net

91 740 56 55
91 738 06 55

El satélite, es la órbita tiene energía potencial y cinética:

$$E_{Pórbita} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} : \quad E_{córbita} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{órbita}^2$$

Para poner el satélite en órbita habrá que comunicará una energía E o realizar un trabajo que, según el principio de conservación de la energía mecánica, será:

$$\left(E_{pt} + E\right)_{\sup.terretsre} = \left(E_{pórbita} + E_{córbita}\right)_{orbita} \quad -\frac{G \cdot M_T \cdot m}{R_T} + E = -\frac{G \cdot M_T \cdot m}{R} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$E = -\frac{G \cdot M_T \cdot m}{R} + \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = G \cdot M_T \cdot m \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R}\right) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

La masa de la Tierra la ponemos en función de g_0.
Teniendo en cuenta que su expresión es:

$$g_0 = \frac{G \cdot M_T}{R_t^2}$$

Se deduce que:
$G \cdot M_T = g_0 \cdot R_t^2$ $\qquad$ $E = g_0 \cdot R_t^2 \cdot m \cdot v^2$

Sustituyendo valores, obtenemos la energía o trabajo que tenemos que realizar para poner el satélite en órbita:

$$E = 9.8 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1}{6370 \cdot 10^3} - \frac{1}{6670 \cdot 10^3}\right) + \frac{1}{2} \cdot 10^3 3(7721.28)^2$$